

УДК 373.5

## ИСТОРИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КОМПОНЕНТ В УЧЕБНИКАХ МАТЕМАТИКИ 5–6-х КЛАССОВ

Ю.А. Дробышев (Калуга, Россия)

И.В. Дробышева (Калуга, Россия)

### Аннотация

*Проблема и цель статьи.* Проблема включения в содержание школьного курса математики элементов ее истории не является новой в педагогической науке. Однако в настоящее время повышение ее актуальности связано как минимум с двумя факторами: необходимостью реализации требований ФГОС основного общего образования и значительным потенциалом историко-математического содержания для решения воспитательных и развивающих задач обучения.

Исходя из этого была поставлена цель – выделить основные виды историко-математических сведений, используемых в учебниках математики 5–6-х классов и определить пути совершенствования историко-математической составляющей содержания учебников.

*Методология* исследования основана на анализе и обобщении нормативно-правовых документов в сфере математического образования, учебников математики, научно-исследовательских работ зарубежных и отечественных ученых, признанных научным сообществом, и личного опыта авторов по исполь-

зованию элементов истории математики в обучении учащихся и студентов вузов.

*Результаты исследования.* Предложено при оценке историко-математической составляющей учебников учитывать элементы ее содержания и адекватные им виды деятельности, выполняемые учащимися. Этимология математических терминов, исторические очерки, задания историко-математической направленности, в том числе ориентированные на выполнение обучающимися проектов, персоналистический компонент истории математики, старинные задачи – это основные элементы историко-математической составляющей содержания учебников.

*Заключение.* Предложенные в статье направления совершенствования историко-математического содержания могут быть использованы при создании новых и совершенствовании действующих учебников математики.

**Ключевые слова:** история математики, учебники математики, математическое образование, использование истории математики в обучении учащихся.

**П**роблема и цель исследования. Роль, которая должна быть отведена истории математики в математическом образовании, активно обсуждается начиная с XIX в. как отечественными, так и зарубежными учеными. В работах В.В. Бобынина, Б.В. Болгарского, Н.Я. Виленкина, Г.И. Глейзера, Б.В. Гнеденко, И.Я. Депмана, Д.Д. Мордухай-Болтовского, Т.С. Поляковой, В.Е. Пыrkова, Д.В. Смоляковой, М.Ф. Гильмулина [Дробышев, 2014; 2018; Дробышев, Дробышева, Тарас, 2017], F. Klein, A. Baki, K. Clark, T. Kjeldsen, U. Jankvist, S. Schorcht, C. Tzanakis, X. Wang, C. Yildiz, J. Fauvel, J.A. van Maanen [Дробышев, 2018; Clark et al., 2016; Baki, Yildiz, 2010; Jankvist, 2009] и других исследователей представлены

различные взгляды на использование истории математики в обучении учащихся математике. В России с 2010 г. в рамках реализации ФГОС основного общего образования предусмотрено «формирование представлений о математике как о методе познания действительности, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления: осознание роли математики в развитии России и мира; возможность привести примеры из отечественной и всемирной истории математических открытий и их авторов»<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Приказ Минобрнауки РФ от 17.12.2010 № 1897 (в ред. от 31.12.2015) «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования». URL: <https://legalacts.ru/doc/prikaz-minobrnauki-ot-17122010-n-1897/> (дата обращения: 11.08.2020).

В этой ситуации возникает вопрос о том, какими способами эта идея нашла отражение в школьных учебниках. В данной работе представлены результаты первой части проведенного анализа, направленного на выявление целей и особенностей представления элементов истории математики в учебниках математики 5–6-х классов.

В качестве источников информации были использованы учебники математики авторских коллективов, возглавляемых Н.Я. Виленкиным, А.Г. Мордковичем, А.Г. Мерзляком.

*Методология* научного исследования основана на анализе и обобщении нормативно-правовых документов в сфере математического образования, учебников математики, научно-исследовательских работ зарубежных и отечественных ученых, признанных научным сообществом, и личного опыта авторов по использованию элементов истории математики в обучении учащихся и студентов вузов.

*Обзор научной литературы.* В последнее время большое внимание сформулированной выше проблеме отводится в международных исследованиях. S. Schorcht изучал, как представлена история математики в немецких учебниках, и выделил пять типов историко-математических задач, используемых в них.

Б. Сместад [Smestad, 2000; 2002], проанализировав норвежские учебники с 1-го по 10-й класс и выделив в них задачи по истории математики и темы, в которых наиболее эффективно используется история математики, существенно расширил их историко-математическую составляющую за счет проектов, которые не были представлены в учебниках.

Е. Лакома [Дробышев, Мокрушин, 2018] предложила использовать в польских учебниках историю математики либо как источник дидактических ситуаций, которые могут быть интересны ученикам, либо как источник оригинальных рассуждений, которые могут быть легко усвоены и оказаться полезными обучающимся. Другими словами, история математики может быть использована в качестве источника информации о различных способах математического мышления и аргументирования.

Корейские ученые [Mi-Kyung, Jong-Eun, Ryoon-jin, 2016] провели анализ корейских учебников математики с мультикультурной точки зрения, уделяя особое внимание пониманию обучающимися роли различных культур в развитии математики.

Они рассмотрели, как для раскрытия мультикультурных связей при обучении математике использовалась в учебниках европейская и неевропейская история математики, а также история этноматематики.

Выступив против доминирования в корейских учебниках евроцентрической перспективы развития математики, они показали, как можно модифицировать традиционный материал из истории математики (методы решения уравнений, знаменитые задачи древности, задача об укладке паркета, число  $\pi$ ) для реализации мультикультурных связей при обучении математике. Это позволило им переориентировать «взгляды обучающихся на математику как продукт диалогической практики в культурно-историческом контексте» [Mi-Kyung, Jong-Eun, Ryoon-jin, 2016, с. 1333]. В заключение авторами была поставлена проблема разработки принципов включения историко-математического материала в учебники, позволяющих показать обучающимся значение разнообразия для развития математики.

Так как включение биографий в учебники математики является одним из примеров того, как история математики может быть интегрирована в содержание учебников, Йилдиз С. [Yildiz, 2015] провел анализ турецких учебников на предмет представления в них биографий математиков. Он исходил из того, что включение биографий ученых в учебники может не только позволить узнать имена тех, кто внес существенный вклад в развитие математики, но и дать лучшее историческое понимание содержания, а также использовать элементы их рассуждений в качестве образцов. По результатам своего исследования он сделал ряд предложений по совершенствованию турецких учебников математики.

А. Баки и С. Бутунер [Baki, Butuner, 2013] показали, что в турецких учебниках материал по

истории математики в основном содержит краткие биографические сведения и портреты математиков и в них редко представлены примеры, которые поддерживают опыт и взаимодействие обучающихся с историей математики.

Й. Томаидис и К. Тзанакис [Thomaidis, Tzanakis, 2009] провели анализ греческих учебников математики и отметили, что главной характеристикой исторического материала является большой объем информации и богатые иллюстрации, однако без некоторых методологических указаний на то, как извлечь из этого дидактическую пользу. Кроме того, они выявили в учебниках ряд исторических ошибок.

К. Ксенофонтос и К. Пападопулос [Xenofontos, Papadopoulos, 2015] рассмотрели способы интеграции истории математики в учебники математики Кипра и Греции. Ими было установлено, что в учебниках недостаточно заданий, раскрывающих как математические знания прошлого повлияли на нашу современную жизнь. Вопросы использования истории математики в современных учебниках регулярно обсуждаются и на Международных конгрессах по математическому образованию (ICME) [Clark et al., 2016; Smestad, 2000]. Все это говорит о том, что в различных странах продолжается поиск наиболее оптимальных путей использования истории математики в учебниках, позволяющих наиболее полно раскрыть эволюцию математических идей, показать математику как часть общечеловеческой культуры, раскрыть значимость математики для общественного прогресса.

Нами совместно с А.А. Фаткулиной был проведен анализ российских учебников математики для классов с углубленным изучением математики на предмет представления элементов истории математики в их содержании. По его итогам были выработаны рекомендации по дополнению содержания учебников историко-математическим материалом воспитательной и развивающей направленности.

Однако на время проведения анализа, результаты которого представлены в работе [Дробышев, Фаткулина, 2006], вопрос о включении

историко-математического материала в школьные учебники не был нормативно определен и отражал в первую очередь точку зрения автора учебника о его значимости. Как было отмечено выше, в настоящее время в ФГОС основного общего образования прямо указывается на важность истории математики.

Исходя из этого, рассмотрим, как ее элементы представлены в современных российских учебниках математики. В данной работе – в учебниках математики для 5–6-х классов.

*Результаты исследования.* Для достижения этой цели нами были проанализированы учебники математики 5–6-х классов трех авторских коллективов: Н.Я. Виленкина, В.И. Жохова, А.С. Чеснокова, С.И. Шварцбурда; И.И. Зубаревой, А.Г. Мордковича; А.Г. Мерзляка, В.Б. Полонского, М.С. Якира.

Основное внимание при проведении анализа мы сосредоточили на отражении в содержании учебников элементов истории математики, возможностях их использования на уроках и во внеурочной деятельности.

На первом этапе для сбора данных нами были выявлены все ссылки на историю математики в каждом из учебников. Нас интересовало включение в содержание учебников исторических очерков, этимологии математических терминов, заданий историко-математической направленности, персоналистического компонента истории математики, старинных задач, а также наличие тематики проектов историко-математической направленности.

В учебник 5-го класса А.Г. Мордковича<sup>2</sup> включены всего три исторические справки о происхождении математических терминов: геометрия (с. 18), процент (с. 222) и параллелепипед (с. 234). Также в нем есть справка о римской системе нумерации (с. 5–6) и задачи на запись чисел с использованием римской нумерации. В конце учебника приведены темы проектной деятельности, одна из которых посвящена старинным вычислительным инструментам (с. 262).

<sup>2</sup> Зубарева И.И., Мордкович А.Г. Математика. 5 класс: учебник для общеобразовательных организаций. 14-е изд., испр и доп. М.: Мнемозина, 2013. 270 с.

В учебнике по математике за 6-й класс<sup>3</sup> рассмотрена этимология двух терминов: симметрии и параллелограмма. В заключительной части данного учебника на с. 256 приведены темы проектной деятельности, одна из которых связана с историей математики – измерительные инструменты: история и современность.

Таким образом, можно констатировать, что в учебниках И.И. Зубаревой и А.Г. Мордковича приведены некоторые примеры из всемирной истории математических открытий, но их явно недостаточно. Примеры из отечественной истории математических открытий отсутствуют. Из

материала, представленного в учебнике, следует, что у учащихся может сложиться ложное впечатление, что в развитие математики основной вклад внесли только греческие ученые. В учебнике не представлены портреты ученых и нет о них сведений. В учебниках математики 5–6-х классов упоминался лишь один математик Евклид в контексте доказательства того факта, что не существует самого большого простого числа, но отсутствуют сведения, рассказывающие о его жизни и творчестве.

В сжатой форме результаты проведенного анализа представлены в табл. 1.

Таблица 1

**Результаты анализа историко-математического содержания в учебниках И.И. Зубаревой и А.Г. Мордковича**

Table 1

**Analysis results on historical and mathematical content in textbooks by I.I. Zubareva and A.G. Mordkovich**

Кол-во стр. в учебнике / кол-во стр., связанных с историей математики	Этимология математических терминов	Исторический очерк	Задания историко-математической направленности	Проектная деятельность	Персоналистический компонент	Старинные задачи
5-й класс 270/6 2,2 %	Геометрия, процент, параллелепипед	Римская нумерация	№ 1, 3, 4, 5	Старинные вычислительные инструменты		№ 616
6-й класс 264/7 2,6 %	Симметрия, параллелограмм	Простые числа, схема рассуждений Евклида, число Пи	№ 16	Измерительные инструменты: история и современность	Евклид	

На основе результатов анализа содержания историко-математического материала, включенного в учебники И.И. Зубаревой и А.Г. Мордковича, можно сделать вывод, что их недостаточно для формирования у учащихся представлений о развитии математики, о ее роли в развитии цивилизации. Кроме того, отсутствие персоналистического компонента не позволяет реализовать воспитательный потенциал истории математики.

Перейдем теперь к рассмотрению реализации элементов истории математики в учебниках авторского коллектива А.Г. Мерзляк, В.Б. Полон-

ский, М.С. Якир<sup>4,5</sup>. Данный материал представлен в разделе «Когда сделаны уроки». В учебник математики 5-го класса включены шесть историко-математических очерков: «Как считали в старину», «От локтей и ладоней к метрической системе», «О льняной нити и линиях», «Язык, понятный всем», «Попасть в дроби», «От шестидесятеричных к десятичным дробям». В учебнике есть обращение к именам двенадцати ученых, однако приведены портреты только

<sup>3</sup> Зубарева И.И., Мордкович А.Г. Математика. 6 класс: учебник для общеобразовательных организаций. 14-е изд., стер. М.: Мнемозина, 2014. 264 с.

<sup>4</sup> Мерзляк А.Г. Математика: 5 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, Е.М. Рабинович, М.С. Якир. М.: Вентана-Граф, 2013. 304 с.

<sup>5</sup> Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Математика: 6 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений. М.: Вентана-Граф, 2014. 304 с.

Герона Александрийского и Симона Стевина. Биографические сведения приведены не для всех ученых. В учебнике раскрыта этимология 13 математических терминов, старинные задачи не представлены. Особенностью этого учебника является то, что в нем есть раздел «Дружим с компьютером», в котором представлены три задания по истории математики, предполагающие использование Интернета.

В учебнике математики 6-го класса в разделе «Когда сделаны уроки» приведены 3 исторических очерка: «Так ли просты эти простые числа», «Как найти золотую середину», «Ничто и еще меньше»; представлена этимология только двух терминов: пропорция и иррациональные числа. В тексте встречается упоминание о четырнадцати математиках, однако представлены портреты только трех ученых. В отличие от учебника 5-го класса, здесь приведены три старин-

ные задачи. Результаты проведенного анализа представлены в табл. 2. Они позволяют сделать вывод о направленности учебников на решение задачи формирования у учащихся представлений о развитии математики. В то же время ограничение персоналистического компонента только упоминанием фамилий ученых не позволяет реализовать средствами истории математики решение воспитательных задач.

Сравнение учебников двух авторских коллективов позволяет констатировать, что в учебниках А.Г. Мерзляка, В.Б. Полонского, М.С. Якира представлено большее число исторических очерков и имен математиков по сравнению с учебниками И.И. Зубаревой, А.Г. Мордковича. Существенным отличием является наличие заданий историко-математической направленности, выполнение которых предполагает использование сети Интернет.

Таблица 2

**Результаты анализа историко-математического содержания  
в учебниках А.Г. Мерзляка, В.Б. Полонского, М.С. Якира**

Table 2

**Analysis results on historical and mathematical content  
in textbooks by A.G. Merzlyak, V.B. Polonsky, M.S. Yakir**

Кол-во стр. / кол-во стр., связанных с историей математики	Этимология математических терминов	Исторический очерк	Задания историко-математической направленности	Проектная деятельность	Персоналистический компонент	Старинные задачи
5-й класс 304/19 6,25 %	Метр, дециметр, миллиметр, километр, линия, спираль, лемниската, кардиоида, астроида, циклоида, клофоида, дробь, процент	Как считали в старину. От локтей и ладоней к метрической системе. О льняной нити и линиях. Язык, понятный всем. Попасты в дроби. От шестидесятеричных к десятичным дробям	№ 476, 477, с использованием Интернета – № 476, 934, 935		Менделеев Д.И., Евclid, Герон Александрийский (п), Н.И. Лобачевский, Р. Декарт, Платон, Пифагор, Джамшид ибн Масуд-аль-Каши, Симон Стевин (п), А. Цельсий, Г.Д. Фаренгейт	
6-й класс 304/12 3,95 %	Пропорция, иррациональные числа	Так ли просты эти простые числа. Как найти золотую середину. Ничто и еще меньше	№ 32, 288		Л.Ф. Магницкий, Л.Ф. Бертран, Евclid, П.Л. Чебышев (п), Пифагор (п), Леонардо да Винчи, Архимед, Гипократ Хиосский, Якоб Бернулли, П. Лаплас, Р. Мизес, А.Н. Колмогоров (п), Р. Декарт	№ 525, 760, 762

В учебниках авторского коллектива под редакцией Н.Я. Виленкина<sup>6,7,8,9</sup> историко-математический материал, как правило, представлен в конце параграфа, для него используется специальный знак – старинный свиток.

Этимология математических терминов приведена в учебнике «Математика 5» для пяти терминов, в «Математике 6» – для трех. В учебниках упомянуты имена 27 математиков, причем для большинства из них приведены портреты, но не всегда указаны годы жизни. Старинных задач в учебниках нет.

Стоит отметить три существенные особенности учебников под редакцией Н.Я. Виленкина. Во-первых, большое внимание уделяется истории развития математики на Руси. Это находит отражение как в исторических очерках соответствующей направленности, так и в биографиях наиболее знаменитых отечественных математиков. Во-вторых, имеет место грамотное сочетание персоналистического компонента истории математики с творческой деятельностью обучающихся, которое проявляется в органичном переходе от биографий знаменитых математиков и их творческой деятельности к постановке заданий обучающимся, связанным с открытием той или иной математической закономерности. В-третьих, предусмотрена разнообразная проектная деятельность обучающихся, носящая историко-математическую направленность. В учебнике математики для 5-го класса предложены девять тем для проектной деятельности, а в учебнике математики для 6-го класса – десять тем. Приведем тематику некоторых из них: «Как в старину счи-

тали на Руси», «Счет у народов мира», «Математические величины и числа в сказках, пословицах и поговорках», История вопроса: «Во сколько раз длина окружности больше ее диаметра?», «Школа Пифагора», «Что мы знаем о развитии математики в Индии и Китае», «Диофант», «У истоков алгебры». Результаты проведенного анализа представлены в табл. 3.

Анализ данных элементов содержания позволил разделить их на две группы. В первую попали те фрагменты из истории математики, которые не ставили вопросов перед учениками. К ней мы отнесли информацию об этимологии математических терминов, исторические очерки, биографические справки о математиках. В качестве примеров можно привести этимологию термина «пропорция» из учебника Н.Я. Виленкина, приведенную на с. 162, информацию о знаменитом отечественном математике А.Н. Колмогорове из учебника А.Г. Мерзляка на с. 177.

Вторая группа включала историко-математический материал (задания, тематику проектов, старинные задачи), работа с которым предполагает активное участие обучающихся. Такое задание представлено в учебнике Н.Я. Виленкина на с. 77. В нем сначала приведена информация о жизни К.Ф. Гаусса, после ознакомления с которой перед обучающимися поставлена задача определить, как Гаусс сумел быстро найти сумму первых ста чисел. Следует отметить, что историко-математический материал, содержащийся во второй группе, может быть обогащен за счет включения задач из художественной литературы и истории.

Результаты проведенного анализа говорят о том, что история математики интегрирована в учебники в основном с помощью исторических и биографических ссылок. Этот вывод согласуется с результатами анализа турецких учебников [Gülçin Tan Sisman, Büşra Kirez, 2018].

Как следует из табл. 4, в учебниках математики 5–6-х классов было упомянуто от 1 до 16 математиков, но портреты были представлены только для некоторых, не у всех математиков указаны годы жизни, при этом биографии многих из них не представлены. Все упомянутые математики мужчины, в связи с этим может быть создано ошибочное

<sup>6</sup> Виленкин Н.Я. Математика. 5 класс: учебник для общеобразовательных организаций: в 2 ч. / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд. 37-е изд., стер. М.: Мнемозина, 2019. Ч. 1. 167 с.

<sup>7</sup> Виленкин Н.Я. Математика. 5 класс: учебник для общеобразовательных организаций: в 2 ч. / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд. 37-е изд., стер. М.: Мнемозина, 2019. Ч. 2. 199 с.

<sup>8</sup> Виленкин Н.Я. Математика. 6 класс: учебник для общеобразовательных организаций: в 2 ч. / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд. 38-е изд., стер. М.: Мнемозина, 2020. Ч. 1. 168 с.

<sup>9</sup> Виленкин Н.Я. Математика. 6 класс: учебник для общеобразовательных организаций: в 2 ч. / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд. 38-е изд., стер. М.: Мнемозина, 2019. Ч. 2. 160 с.

Таблица 3

**Результаты анализа историко-математического содержания  
в учебниках Н.Я. Виленкина, В.И. Жохова, А.С. Чеснокова, С.И. Шварцбурда**

Table 3

**Analysis results on historical and mathematical content  
in textbooks by N.Ya. Vilenkin, V.I. Zhokhov, A.S. Chesnokov, S.I. Shvartsburd**

Кол-во стр. / кол-во стр., связанных с историей математики	Этимология математических терминов	Исторический очерк	Задания историко-математической направленности	Проектная деятельность	Персоналистический компонент	Старинные задачи
5-й класс $167 + 199 = 366 / 24$ 6,6 %	Дробь, процент, градус, геометрия, геодезия	Единицы измерения на Руси. Из истории нумерации (римская и славянская нумерация). История измерения величин (длина, масса и др.). История названия дробей на Руси. История десятичных дробей, эволюция обозначения дробей, двоичная система счисления. Элементы истории геометрии. Вычислительные средства	№ 107 (ч. 1). Перевод из старин. мер измерения длины в современные. № 389 (ч. 1). Попробуйте догадаться, как Гаусс сделал свое открытие. № 675 (1). Установить закономерность, открытую А.Н. Колмогоровым. № 279 (ч. 2). Как назывались $1/12$ , $1/6$ , $1/24$ на Руси	Как в старину считали на Руси. Счет у народов мира. Математические величины и числа в сказках, поговорах и поговорках. Дроби в старинных задачах. История вопроса: «Во сколько раз длина окружности больше ее диаметра?». Первый учебник математики на Руси. Десятичная система мер. Почему в окружности 360 градусов. Сказ о геометрии	Аделард, К.Ф. Гаусс (п), Колмогоров (п), Фибоначчи. Плануд, аль-Каши, Улугбек. Л.Ф. Магницкий (п), Симон Стевин, Лейбниц, Чебышев	
6-й класс $168 + 160 = 328 / 17$ 5,2 %	Математика, унция, пропорция	История простых чисел. История теории чисел. История дробей. Теория отношений, золотое сечение. История отрицательных и положительных чисел	№ 264. Фигурные числа. С. 55. Перевод правил сложения и вычитания Брахмагупты на современный язык	Школа Пифагора. Обыкновенные дроби на Руси. Золотое сечение. История возникновения отрицательных чисел. Путешествие по «ленте времени»	Пифагор (п), Евклид (п), Эратосфен (п), Эйлер (п), Виноградов (п), Декарт (п), Архимед, Брахмагупта. Симон Стевин (п), Бхаскара (п), аль-Хорезми (п), Виет, Диофант (п), Птоломей(п), Лейбниц (п)	
		История алгебры. Сложение и вычитание отрицательных чисел древнекитайскими и древнеиндийскими математиками. История чисел. История возникновения координат		Что мы знаем о развитии математики в Индии и Китае. Математика Средней Азии IX–XV вв. Математика вокруг нас. Графы. Диофант. У истоков алгебры		

представление, что женщины не участвовали в создании математики. Имена математиков связаны в основном с арифметическим, алгебраическим и геометрическим материалом. В содержании учебников «Математики 6» А.Г. Мордковича и А.Г. Мерзляка представлены элементы теории вероятностей, однако только в учебнике А.Г. Мерзляка указаны имена математиков, с которыми связано становление и развитие этой науки.

В табл. 4 представлены численные данные о включении в проанализированные выше учебники элементов историко-математического содержания: количество приведенных сведений о происхождении названий математических терминов; количество приведенных из истории математики сведений; количество заданий историко-математической направленности; количество упомянутых математиков.

Таблица 4

**Данные о включении элементов историко-математического содержания в школьные учебники математики 5–6-х классов**

Table 4

**Data on inclusion of historical mathematical content elements in secondary school textbooks on mathematics for 5<sup>th</sup>–6<sup>th</sup> grade students**

Авторский коллектив учебников	Кол-во приведенных сведений о происхождении названий математических терминов	Количество приведенных из истории математики сведений	Количество заданий историко-математической направленности	Количество упомянутых математиков
5-й класс				
Н.Я. Виленкин В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд	5	7	4	11
А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир	13	6	4	11
И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович	3	1	4	0
6-й класс				
Н.Я. Виленкин	3	9	2	15
А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир	2	3	2	16
И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович	2	2	1	1

Из табл. 4 видно, что в учебниках недостаточно представлены задачи историко-математического содержания и задания, предполагающие использование возможностей новых информационных технологий. Если обратиться непосредственно к содержанию изучаемого материала, то можно констатировать, что следует больше уделять внимание тому, чтобы показать, как разные культуры изучали одни и те же математические понятия и алгоритмы. Исходя из этого, возможно, следует говорить об упущенных возможностях в некоторых из анализируемых учебниках.

В учебниках А.Г. Мордковича элементы истории математики в среднем встречаются через 41 страницу, в учебниках А.Г. Мерзляка – через 19,5 страницы, в учебниках Н.Я. Виленкина – через

16,9 страницы. Результаты частоты включения в содержание историко-математического материала в учебниках согласуются с исследованием Сместад Б. [Smestad, 2000] норвежских учебников, в которых информация по истории математики встречается примерно через 19 страниц.

*Заключение.* Сравнительный анализ историко-математического содержания, представленного в учебниках 5–6-х классов, и его направленности на решение задач, сформулированных ФГОС, позволяет утверждать, что в них недостаточно предусмотрены задания, которые были бы направлены на мотивацию учащихся к изучению элементов истории математики и раскрытию того, как происходило знакомство с математикой у разных народов. Исключением являются учеб-

ники математики Н.Я. Виленкина, в которых рассмотрены проекты историко-математической направленности. Они позволят глубже узнать, как происходило развитие основных математических понятий и какой вклад внесли различные народы в решение сложных математических проблем.

Недостаточно представлен персоналистический компонент истории математики, только в учебниках под ред. Н.Я. Виленкина более полно приведены портреты ученых. При этом недостаточно информации об их жизни и деятельности. Лишь для некоторых ученых указаны основные направления их исследований. Так как все упомянутые в учебниках математики мужчины, то у обучающихся может сложиться ложное впечатление, что женщины не внесли вклад в развитие математики. Возможно, стоит подумать о том, каким образом решить эту проблему.

В учебниках не представлен материал, позволяющий продемонстрировать проявление моральных качеств личности ученых и формировать на этой основе нравственный идеал у обучающихся. Использование такого материала в процессе обучения позволило бы решать важную задачу в сфере воспитания – «развитие высоконравственной личности, разделяющей российские традиционные духовные ценности» [Дробышев, Фаткулина, 2006].

Результаты анализа показывают, что история математики недостаточно используется в качестве инструмента, способствующего лучшему усвоению математики.

К сожалению, очень редко встречаются задания, выполнение которых предполагает активное участие учащихся в изучении историко-математического материала. Почти не встречаются задания, направленные на работу с первоисточниками. Более широко следует представить задания, связанные с изучением одного и того же материала у разных народов. Более активно следует использовать задания, которые позволяют применять новые информационные технологии для поиска ответов на проблемные вопросы, только три таких задания представлены в учебнике А.Г. Мерзляка. Можно констатировать, что в основном отсутствуют проекты, по-

священные жизни и деятельности великих математиков, исключением является проект, посвященный Диофанту, представленный в учебниках Н.Я. Виленкина.

Один из наиболее эффективных способов использования истории математики связан с рассмотрением проблем, которые возникали в математике. Изучение такого материала дает возможность обучающимся лучше понять суть изучаемых понятий и их эволюцию. К сожалению, в учебниках математики в недостаточном объеме присутствует материал, раскрывающий вклад, внесенный разными культурами в математику, мало показаны различные стратегии решения возникающих проблем в математике, не раскрыты формы доказательства в различные исторические эпохи. В качестве исключения может быть указан учебник А.Г. Мордковича, в котором приведено доказательство Евклида о том, что не существует наибольшего простого числа.

Кроме того, несмотря на то, что общее количество страниц в учебниках 5-х и 6-х классов колеблется от 600 до 700, материал, связанный с историей математики, занимает от 2,2 до 6,5 % всего содержания. Это, без сомнения, говорит о том, что опыт учащихся по изучению истории математики в некоторых учебниках математики 5–6-х классов очень ограничен. Аналогичный вывод был получен при исследовании турецких [Gülçin Tan-Sisman, Büşra Kirez, 2018], норвежских [Smestad, 2000], греческих и кипрских учебников по математике [Xenofontos, Papadopoulos, 2015]. Это свидетельствует об актуальности исследуемой проблемы.

Не случайно, что для поиска эффективных путей использования истории математики в процессе обучения в рамках Международного конгресса по математическому образованию (ICME) были созданы две секции ICME и WGA 13: History and Culture in mathematics Education; TSG 21: Ethnomathematics. Их цель – выявление современного состояния и тенденций использования истории математики и этноматематики на всех уровнях и осуществление поиска наиболее эффективных путей ее использования в процессе обучения.

Таким образом, результаты нашего исследования говорят о том, что следует продолжить работу по поиску наиболее оптимальных путей включения истории математики в школьные учебники. Проблема эффективного использования этого содержания требует соответствующей подготовки как будущих, так и действующих учителей [Дробышев, 2010]. Мы согласны с С. Шорхт [Schorcht, 2018], что соответствующая подготовка учителей позволит им самим оценивать историко-математический материал и задачи, представленные в учебниках, а также вносить изменения или дополнения в них.

### Библиографический список

1. Дробышев Ю.А., Дробышева И.В., Тарас О.Б. Воспитание личностных качеств студентов: материалы персоналистического компонента истории математики: учеб. пособие. М.: Изд-во ООО «ТПП», 2017. 288 с. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=32259361>
2. Дробышев Ю.А. Историко-математическая подготовка будущего учителя математики: монография. М.: Дрофа, 2010. 86 с. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=20129320> (дата обращения: 19.08.2020).
3. Дробышев Ю.А. История математики в обучении: анализ зарубежного опыта // Российское математическое образование в XXI веке: материалы XXXVII Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов / Министерство образования и науки Республики Татарстан, ФГБУ ВО «Набережночелнинский государственный педагогический университет». 2018. С. 92–96. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=36837314> (дата обращения: 19.08.2020).
4. Дробышев Ю.А. О зарождении принципа историзма в российском математическом образовании // Математический форум (Итоги науки. Юг России). Владикавказ: Южный математический институт Владикавказского научного центра Российской академии наук и Правительства Республики Северная Осетия-Алания. 2014. Т. 8, № 2. С. 243–260. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=22307343> (дата обращения: 19.08.2020).
5. Дробышев Ю.А., Мокрушин А.Н. Опыт использования элементов истории математики в школах Польши // Научные труды Калужского государственного университета им. К.Э. Циолковского. Калуга: КГУ им. К.Э. Циолковского, 2018. С. 230–236. (Естественные науки). URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=38194084> (дата обращения: 19.08.2020).
6. Дробышев Ю.А., Фаткулина А.А. Элементы историзма в содержании учебников для классов с углубленным изучением математики // Актуальные проблемы подготовки будущих учителей математики: межвуз. сб. науч. тр. / под ред. Ю.А. Дробышева и И.В. Дробышевой. Калуга: КГУ им. К.Э. Циолковского, 2006. Вып. 8. С. 24–42.
7. Baki A., Butuner S.O. C. The ways of using the history of mathematics in sixth, seventh and eighth grade mathematics textbooks // Elementary Education Online. 2013, № 12 (3). P. 849–872. URL: <https://www.researchgate.net/publication/304675047> (дата обращения: 19.08.2020).
8. Baki A., Yildiz C. Use of the history of mathematics in textbooks and teacher views. In: Second International Congress of Educational Research, WOW Kremlin Palace, Antalya. 2010. URL: [https://www.researchgate.net/publication/324877640\\_USE\\_OF\\_THE\\_HISTORY\\_OF\\_MATHEMATICS\\_IN\\_TEXTBOOKS\\_AND\\_TEACHER\\_VIEWS/references](https://www.researchgate.net/publication/324877640_USE_OF_THE_HISTORY_OF_MATHEMATICS_IN_TEXTBOOKS_AND_TEACHER_VIEWS/references) (дата обращения: 19.08.2020).
9. Clark K., Kjeldsen T., Schorcht S., Tzanakis C., Wang X. History of mathematics in mathematics education: Recent developments. 2016. 42 p. URL: [https://www.academia.edu/26341958/History\\_of\\_Mathematics\\_in\\_Mathematics\\_Education\\_Recent\\_developments](https://www.academia.edu/26341958/History_of_Mathematics_in_Mathematics_Education_Recent_developments) (дата обращения: 19.08.2020).

10. Gülçin Tan Sisman, Büşra Kirez. History of mathematics in the Turkish middle school mathematics curriculum and textbooks // Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi. 2018. № 47 (1). P. 188–215. DOI: 10.14812/cuefd.361176
11. Jankvist U.T. A categorization of the «whys» and «hows» of using history in mathematics education // Educational Studies in Mathematics. 2018. № 71 (3). P. 235–261. DOI 10.1007/s10649-008-9174-9
12. Mi-Kyung J., Jong-Eun M., Ryoon-jin S. History of mathematics in Korean mathematics textbooks: Implication for using ethnomathematics in culturally diverse school // International Journal of Science and Mathematics Education. 2015. № 14 (7). P. 1321–1338. DOI 10.1007/s10763-015-9647-0
13. Smestad B. History of mathematics in Norwegian textbooks. Presentation by distribution at WGA 13 (History and culture in mathematics education). In: ICME 9. Makuhari, Japan. 2000. URL: [https://www.researchgate.net/publication/263733919\\_History\\_of\\_Mathematics\\_in\\_Norwegian\\_textbooks](https://www.researchgate.net/publication/263733919_History_of_Mathematics_in_Norwegian_textbooks) (дата обращения: 11.08.2020).
14. Smestad B. Matematikkhistorie i grunnskolens lærebøker: En kritisk vurdering. 2002. URL: [https://www.researchgate.net/publication/268362807\\_Matematikkhistorie\\_i\\_grunnskolens\\_laerboker\\_en\\_kritisk\\_vurdering](https://www.researchgate.net/publication/268362807_Matematikkhistorie_i_grunnskolens_laerboker_en_kritisk_vurdering) (дата обращения: 19.08.2020).
15. Schorcht S. Chapter 8 History of Mathematics in German Mathematics Textbooks Typology of Tasks. In: K.M. Clark et al. (eds.), Mathematics, Education and History, ICME-13: monographs. 2018. P. 143–162. URL: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-73924-3\\_8](https://doi.org/10.1007/978-3-319-73924-3_8) (дата обращения: 19.08.2020).
16. Thomaidis Y., Tzanakis C. The implementation of the history of mathematics in the new curriculum and textbooks in Greek secondary education. Dins: Working group. 2009. № 15. 2009. P. 139–151. URL: <https://www.semanticscholar.org/paper/THE-IMPLEMENTATION-OF-THE-HISTORY-OF-MATHEMATICS-IN-Thomaidis-Tzanakis/96a41aa4db43b3ed3243fe6c2b021286326882ec> (дата обращения: 19.08.2020).
17. Xenofontos C., Papadopoulos C.E. Opportunities of learning through the history of mathematics: the example of national textbooks in Cyprus and Greece // International Journal for Mathematics Teaching & Learning. 2015. P. 1–18. URL: <http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/xenofontos.pdf> (дата обращения: 19.08.2020).
18. Yıldız C. The usage of life stories of mathematicians in elementary and secondary school mathematics textbook. In: Proceedings of the VI European Conference on Social and Behavioral Sciences. February 2015. P. 193–208. URL: [https://www.researchgate.net/publication/281685913\\_The\\_Usage\\_of\\_Life\\_Stories\\_of\\_Mathematicians\\_in\\_Elementary\\_and\\_Secondary\\_School\\_Mathematics\\_Textbooks/](https://www.researchgate.net/publication/281685913_The_Usage_of_Life_Stories_of_Mathematicians_in_Elementary_and_Secondary_School_Mathematics_Textbooks/)

# HISTORICAL AND MATHEMATICAL COMPONENT IN 5–6 GRADE MATHEMATICS TEXTBOOKS

**Yu.A. Drobyshev (Kaluga, Russia)**

**I.V. Drobysheva (Kaluga, Russia)**

## Abstract

*Statement of the problem.* The problem of including elements of its history in the content of the school course in mathematics is not new in pedagogical science. However, at present, an increase in its relevance is associated with at least two factors: the need to implement the requirements of the Federal State Educational Standard and the significant potential of the historical and mathematical content for solving educational and developmental learning problems.

Based on this, *the purpose of the article* is to highlight the main types of historical and mathematical information used in the 5<sup>th</sup>–6<sup>th</sup> grade mathematics textbooks and to determine the ways to improve the historical and mathematical component of the textbook content.

*The research methodology* is based on the analysis and synthesis of regulatory documents in the field of mathematics education, textbooks on mathematics, research papers by foreign and Russian scientists recognized by the scientific community, and the authors'

personal experience in using elements of the history of mathematics in teaching high school and university students.

*Research results.* It is proposed to take into account the elements of its content and the types of activities performed by students when assessing the historical and mathematical component of textbooks. The etymology of mathematical terms, historical essays, tasks of a historical and mathematical orientation, including those focused on the implementation of educational projects, a personalistic component of the history of mathematics, ancient tasks are the main elements of the historical and mathematical component of the content of textbooks.

*Conclusion.* The directions of improving the historical and mathematical content proposed in the article can be used to create new and improve existing mathematics textbooks.

**Keywords:** *history of mathematics, textbooks of mathematics, mathematics education, the use of history of mathematics in teaching students.*

## References

1. Drobyshev Yu.A., Drobysheva I.V., Taras O.B. Education of personal qualities of students: materials of the personalistic component of the history of mathematics. Textbook. Moscow: OOO "TRP", 2017. 288 p.
2. Drobyshev Yu.A. Historical and mathematical training of the future teacher of mathematics: monograph. Moscow: Drofa, 2010. 86 p. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=20129320> (access date: 19.08.2020).
3. Drobyshev Yu.A. History of mathematics in teaching: analysis of foreign experience. In: Proceedings of the XXXVII International Scientific Seminar of Teachers of Mathematics and Informatics of Universities and Pedagogical Universities "Russian mathematical education in the XXI century". Ministry of Education and Science of the Republic of Tatarstan, Federal State Budgetary Institution of Higher Education «Naberezhnye Chelninsk State Pedagogical University». 2018. P. 92–96. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=36837314> (access date: 19.08.2020).
4. Drobyshev Yu.A. On the origin of the principle of historicism in Russian mathematics education // *Matematicheskiiy forum (Itogi nauki. Yug Rossii) (Mathematical Forum (Results of Science. South of Russia))*. 2014. Vol. 8, No. 2. P. 243–260. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=22307343> (access date: 19.08.2020).
5. Drobyshev Yu.A., Mokrushin A.N. Experience of using elements of the history of mathematics in schools of Poland. In: Scientific works of the Kaluga State University named after K.E. Tsiolkovsky. Series "Natural sciences". Kaluga: KGPU named after K.E. Tsiolkovsky, 2018. P. 230–236. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=38194084> (access date: 19.08.2020).
6. Drobyshev Yu.A., Fatkulina A.A. Elements of historicism in the content of textbooks for classes with advanced study of mathematics.

- In: Topical problems of training future teachers of mathematics. Interuniversity collection of scientific papers. Is. 8. Edited by Yu.A. Drobyshev and I.V. Drobysheva. Kaluga: KGPU named after K.E. Tsiolkovsky, 2006. P. 24–42.
7. Baki A., Butuner S.O. C. The ways of using the history of mathematics in sixth, seventh and eighth grade mathematics textbooks // Elementary Education Online. 2013. No. 12 (3). P. 849–872. URL: <https://www.researchgate.net/publication/304675047> (access date: 19.08.2020).
  8. Baki A., Yıldız C. Use of the history of mathematics in textbooks and teacher views. In: Second International Congress of Educational Research, WOW Kremlin Palace, Antalya. 2010. URL: [https://www.researchgate.net/publication/324877640\\_USE\\_OF\\_THE\\_HISTORY\\_OF\\_MATHEMATICS\\_IN\\_TEXTBOOKS\\_AND\\_TEACHER\\_VIEWS/references](https://www.researchgate.net/publication/324877640_USE_OF_THE_HISTORY_OF_MATHEMATICS_IN_TEXTBOOKS_AND_TEACHER_VIEWS/references) (access date: 19.08.2020).
  9. Clark K., Kjeldsen T., Schorcht S., Tzanakis C., Wang X. History of mathematics in mathematics education: Recent developments. 2016. 42 p. URL: [https://www.academia.edu/26341958/History\\_of\\_Mathematics\\_in\\_Mathematics\\_Education\\_Recent\\_developments](https://www.academia.edu/26341958/History_of_Mathematics_in_Mathematics_Education_Recent_developments) (access date: 19.08.2020).
  10. Gülçin Tan Sisman, Büşra Kirez. History of mathematics in the Turkish middle school mathematics curriculum and textbooks // Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi. 2018. No. 47 (1). P. 188–215. DOI: 10.14812/cuefd.361176
  11. Jankvist U.T. A categorization of the “whys” and “hows” of using history in mathematics education // Educational Studies in Mathematics. 2018. No. 71 (3). P. 235–261. DOI: 10.1007/s10649-008-9174-9
  12. Mi-Kyung J., Jong-Eun M., Ryoan-jin S. History of mathematics in Korean mathematics textbooks: Implication for using ethnomathematics in culturally diverse school // International Journal of Science and Mathematics Education. 2016. No. 14 (7). P. 1321–1338. DOI: 10.1007/s10763-015-9647-0
  13. Schorcht S. Chapter 8 History of Mathematics in German Mathematics Textbooks Typology of Tasks. In: K.M. Clark et al. (eds.), Mathematics, Education and History, ICME-13 Monographs. 2018. P. 143–162. URL: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-73924-3\\_8](https://doi.org/10.1007/978-3-319-73924-3_8) (access date: 19.08.2020).
  14. Smestad B. History of mathematics in Norwegian textbooks. Presentation by distribution at WGA 13 (History and culture in mathematics education). In: ICME 9, Makuhari, Japan. 2000. URL: [https://www.researchgate.net/publication/263733919\\_History\\_of\\_Mathematics\\_in\\_Norwegian\\_textbooks](https://www.researchgate.net/publication/263733919_History_of_Mathematics_in_Norwegian_textbooks). (access date: 11.08.2020).
  15. Smestad B. Matematikkhistorie i grunnskolenes lærebøker: En kritisk vurdering. 2002. URL: [https://www.researchgate.net/publication/268362807\\_Matematikkhistorie\\_i\\_grunnskolenes\\_laerboer\\_en\\_kritisk\\_vurdering](https://www.researchgate.net/publication/268362807_Matematikkhistorie_i_grunnskolenes_laerboer_en_kritisk_vurdering) (access date: 19.08.2020).
  16. Thomaidis Y., Tzanakis C. The implementation of the history of mathematics in the new curriculum and textbooks in Greek secondary education. Dins: Working group, 15. 2009. P. 139–151. URL: <https://www.semanticscholar.org/paper/THE-IMPLEMENTATION-OF-THE-HISTORY-OF-MATHEMATICS-IN-Thomaidis-Tzanakis/96a41aa4db43b3ed3243fe6c2b021286326882ec> (access date: 19.08.2020)
  17. Xenofontos C., Papadopoulos C.E. Opportunities of learning through the history of mathematics: the example of national textbooks in Cyprus and Greece // International Journal for Mathematics Teaching & Learning. 2015. P. 1–18. URL: <http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/xenofontos.pdf> (access date: 19.08.2020).
  18. Yıldız C. The usage of life stories of mathematicians in elementary and secondary school mathematics textbook. In: Proceedings of the VI European Conference on Social and Behavioral Sciences. February 2015. P. 193–208. URL: [https://www.researchgate.net/publication/281685913\\_The\\_Usage\\_of\\_Life\\_Stories\\_of\\_Mathematicians\\_in\\_Elementary\\_and\\_Secondary\\_School\\_Mathematics\\_Textbooks/](https://www.researchgate.net/publication/281685913_The_Usage_of_Life_Stories_of_Mathematicians_in_Elementary_and_Secondary_School_Mathematics_Textbooks/)