УДК 372.851

ПРОБЛЕМЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 8–11-х КЛАССОВ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА РЕЗУЛЬТАТОВ ОТКРЫТОЙ КРАЕВОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО ГЕОМЕТРИИ им. ПРОФЕССОРА С.А. АНИЩЕНКО

В.Р. Майер (Красноярск, Россия)
В.В. Абдулкин (Красноярск, Россия)
Е.А. Аёшина (Красноярск, Россия)

Аннотация

Постановка проблемы. Начиная с 90-х гг. XX в. в российском школьном математическом образовании наметилась тревожная тенденция, связанная со снижением качества геометрической подготовки обучающихся. По истечении почти трех десятилетий эта тенденция усилилась, причем настолько, что заявила о себе как научно-методическая проблема.

Цель статьи – выявление проблем в геометрической подготовке обучающихся 8–11-х классов на основе результатов Открытой краевой олимпиады по геометрии им. профессора С.А. Анищенко, проведенной в 2023/24 учебном году кафедрой математики и методики обучения математике Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева.

Методология и методы исследования основаны на системно-деятельностном подходе как методологической основе федерального государственного образовательного стандарта основного общего и среднего образования. Методами исследования являются анализ научной литературы, наблюдение, анализ и систематизация материалов олимпиады по геометрии.

Результаты исследования. Приведен анализ результатов решения заданий заочного и очного туров Открытой краевой олимпиады по геометрии им. профессора С.А. Анищенко среди учащихся 8–11-х классов, проведенной в 2023/24 учебном году. Выделены основные затруднения участников в решении геометрических задач.

Заключение. Полученные результаты подтверждают выводы других исследований о существующих проблемах в геометрической подготовке школьников. Данная закономерность проявляется в каждом классе, что говорит о ее системном характере.

Ключевые слова: *олимпиада, школьный курс геометрии, качество геометрической подготовки.*

Майер Валерий Робертович – кандидат физико-математических наук, доктор педагогических наук, профессор кафедры математики и методики обучения математике, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева; e-mail: mavr49@mail.ru

Абдулкин Вячеслав Валерьевич – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики и методики обучения математике, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева; ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9582-9302; e-mail: abdulkin@kspu.ru

Аёшина Екатерина Андреевна – кандидат педагогических наук, доцент кафедры математики и методики обучения математике, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-4491-8249; e-mail: semina@kspu.ru

Постановка проблемы. В середине XX в. советское школьное образование считалось одним из лучших в мире. Но в 90-е гг., после начала реформирования системы образования, многими исследователями стала отмечаться возрастающая проблема качества математической подготовки школьников вообще и геометрической в частности. Известный российский геометр И.Ф. Шарыгин отмечал это в своих работах [Шарыгин, 2003; 2004]. В частности, он писал: «Российская школьная математика всегда стояла на трех китах: арифметика, текстовые задачи и геометрия. Отказ от традиционного содержания, стремление модернизировать школьные математические программы, а в последнее время прямое подражание не лучшим западным образцам стало основной причиной наблюдаемых кризисных явлений в нашем школьном математическом образовании».

На сегодняшний день данная проблема по-прежнему актуальна. Для выявления существующих трудностей в геометрической подготовке школьников специалисты по теории и методике обучения используют различные подходы. Анализируются результаты промежуточных и итоговых аттестаций в школе[1] [Тумашева, Шашкина, 2022; Журавлева, Шашкина, 2022], проверяется уровень знаний учащихся в течение учебного года с помощью контрольных срезов [Аёшина, Матюшкин, 2021], у студентов-первокурсников оцениваются остаточные знания по предмету [Дураков и др., 2023], проводятся опросы учителей [Васильчукова, 2024]. *Цель* данной статьи – выявление проблем в геометрической подготовке обучающихся 8–11-х классов на основе результатов Открытой краевой олимпиады по геометрии им. профессора С.А. Анищенко, проведенной в 2023/24 учебном году кафедрой математики и методики обучения математике Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева.

Методология исследования основана на системно-деятельностном подходе как методологической основе федерального государственного образовательного стандарта основного среднего образования. Методами исследования являются анализ научной литературы, наблюдение, анализ и систематизация материалов олимпиады по геометрии.

Обзор научной литературы. Проблемами обучения геометрии занимаются многие ученые в мире. Это явно дают понять работа исследователей из Университета Гете (Германия) [Jablonski, Ludwig, 2023], а также материалы международной конференции, проведенной во Франции в апреле 2024 г., которая посвящена передовым исследованиям в геометрическом образовании [Proceedings of the 26th ICMI Study Conference, 2024]. Первое направление, касающееся нашей темы, – изучение математических олимпиад. В этом русле проводятся исторические исследования возникновения и развития олимпиадного движения [Платонова, 2020; Кривко, Тищенко, 2024; Turner, 1978]. Анализируются качество и способы подготовки учащихся к олимпиадам [Жмурова, Васильева, 2023], здесь же можно отметить работу [Trinh et al., 2024], в которой описан опыт разработки искусственного интеллекта, обученного решать геометрические задачи на уровне призеров международной олимпиады по математике (IMO). Описывается опыт организации олимпиад различного уровня [Bernal, 2020]. Второе направление – повышение качества математической и геометрической подготовки. Данный вопрос не является новым, он был предметом изучения специалистов в области методики обучения математике фактически со времен появления геометрии в школьном курсе математики. Например, еще в 1953 г. А.К. Артемов[2] предлагал в своей кандидатской диссертации для повышения качества геометрической подготовки строить курс школьной геометрии на основе представления геометрии как науки о геометрических преобразованиях. В современной истории вопросы роли геометрии в школе и содержании курса обсуждали в своих работах, например, И.Ф. Шарыгин и Г.А. Клековкин [Шарыгин, 2004; Клековкин, 2014]. В последние годы исследователями продолжается анализ существующих проблем геометрической подготовки [Тумашева, Шашкина, 2022; Журавлева, Шашкина, 2022; Аёшина, Матюшкин, 2021;

[1] Лукичева Е.Ю. Аналитическая справка и методические рекомендации по результатам проведения Всероссийской проверочной работы по математике в 8 классе, май 2021 года, в общеобразовательных учреждениях Санкт-Петербурга / Санкт-Петербургская академия постдипломного педагогического образования. СПб., 2021. 24 с.

[2] Артёмов А.К. Некоторые вопросы построения курса геометрии в средней школе: автореф. дис. ... канд. пед. наук. Калинин, 1953. 25 с.

Дураков и др., 2023; Juman et al., 2022; Shi et al., 2023; Sulistiowati, Herman, Jupri, 2019; Aboagye, Ke, Mante, 2021; Di Paola, Buttitta, 2022] и разрабатываются предложения по повышению ее качества [Шипицина, 2020; Майер и др., 2021].

Результаты исследования. Состязания в математике появились фактически с момента зарождения самой науки. В работе О.А. Платоновой [Платонова, 2020] отмечается, что первые упоминания о подобного рода соревнованиях встречаются еще в истории Древней Индии. И на протяжении веков математики постоянно обменивались различными проблемами, которые предлагали решить другим ученым. Это и Архимед, посылавший своим соперникам и коллегам любопытные математические задачи. И математические турниры XIII в. в Неаполитанском королевстве Фридриха II Гогенштауфена. И «математические дуэли», популярные в XIII–XVI вв. в Европе, которые в XVII–XVIII в. эволюционировали в «Соревнования по переписке».

История школьных олимпиад по математике берет начало с 1886 г., когда в Румынии состоялся первый математический конкурс среди выпускников лицеев [Жмурова, Васильева, 2023]. Первой же полноценной олимпиадой по математике считается проведенное в 1894 г., в Венгрии состязание учащихся школ. За прошедшие более ста лет математические олимпиады стали проводиться во многих странах на национальном уровне. Большинство из них сформировались во второй половине XX в. В 1976 г. впервые проведено Австралийское математическое соревнование (Australian Mathematics Competition), в 2003 г. стартовала Бангладешская математическая олимпиада (Bangladesh Mathematical Olympiad), с 1976 г. проводится Бразильская олимпиада по математике (Olimpiada Brasileira de Matematica), в 1986 г. была проведено соревнование по математике для китайских учащихся средних школ, которое с 1991 г. носит название Китайская математическая олимпиада, в 1950 г. в Нью-Йорке прошло Математическое состязание (Mathematical Contest), ставшее основой Американской математической олимпиады (USA Mathematical Olympiad), с 1989 г. проходит чемпионат Нигера по математике (Championnat De Jeux Mathématiques Du Niger). Можно видеть, что национальные математические олимпиады проводятся по всему миру и на всех континентах.

Математические состязания для школьников проводятся также и на межнациональном уровне, например в Латинской Америке (Iberoamerican Mathematical Olympiad с 1985 г.), в Средиземноморском регионе (Mediterranean Mathematics Competition с 1998 г.), в Африке (Pan African Mathematics Olympiad с 1987 г.), в Юго-Восточной Азии (SEAMEO Mathematics Olympiad с 1998 г.). Наиболее крупные олимпиады носят международный статус, и здесь, конечно, нельзя не отметить старейшую международную математическую олимпиаду (IMO), проводимую с 1959 г.

В России, тогда еще в СССР, крупные математические олимпиады начали проводиться в 30-е гг. XX в. (Ленинградская математическая олимпиада в 1934 г. и Московская математическая олимпиада в 1935 г.), а в 1961 г. была проведена уже первая Всероссийская олимпиада по математике, которая проходит по сегодняшний день.

Появление ориентированных исключительно на геометрию математических олимпиад связано с проблемами в геометрической подготовке школьников. Желание преподавателей геометрии и учителей математики любой ценой остановить процесс выхолащивания геометрического, а как следствие, и математического образования в нашей стране явилось основной причиной организации олимпиад по геометрии для школьников.

С 2005 г. в память об Игоре Федоровиче Шарыгине инициативная группа московских математиков стала ежегодно проводить геометрическую олимпиаду им. И.Ф. Шарыгина. В Нижнем Новгороде уже много лет проводится устная геометрическая олимпиада «Угол». В Чебоксарах организуется городская олимпиада по геометрии «Что и требовалось доказать». В Тюмени на базе физико-математической школы проводится открытая олимпиада по геометрии среди обучающихся 7–11-х классов. В Якутске также проводится городская олимпиада по геометрии для обучающихся 5–11-х классов.

ВЕСТНИК КРАСНОЯРСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ПЕДАГОГИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА им. В.П. АСТАФЬЕВА

В Красноярском государственном педагогическом университете история проведения геометрических олимпиад ведет отсчет с 1997 г. Инициатором выступила кандидат педагогических наук, доцент кафедры геометрии Пономарева Надежда Николаевна. В 2010 г. олимпиаде было присвоено имя одного из основателей красноярской геометрической школы – профессора Сергея Александровича Анищенко. В 2011 г. на организацию и проведение олимпиады был выигран грант Красноярского краевого фонда науки, в рамках которого были собраны и изданы задачи олимпиады нескольких последних лет[3]. На сегодняшний день олимпиада проводится в два тура. Заочный тур проходит в дистанционном формате в течение всего ноября и является отборочным для очного тура олимпиады, проводимого в середине марта, в субботу весенних каникул.

Проблемы геометрической подготовки школьников отражаются не только на результатах государственной итоговой аттестации. Они также достаточно хорошо проявляются на геометрических олимпиадах. Наша цель – выявить наиболее существенные пробелы в геометрической подготовке школьников на основе анализа результатов XVIII Открытой краевой олимпиады по геометрии им. профессора С.А. Анищенко, проведенной в 2023/24 учебном году.

Всего в заочном туре олимпиады приняло участие 219 обучающихся 8–11-х классов Красноярска, Железногорска, Дивногорска и некоторых школ районов края, близлежащих к краевому центру. Для получения приглашения в очный тур необходимо было решить хотя бы одну задачу из четырех предложенных ученикам 10-х и 11-х классов и не менее двух задач обучающимся 8-х и 9-х классов. Полное решение каждой задачи оценивалось 3 баллами. Число учащихся, которым не удалось решить ни одной задачи, составило 11 человек (5 %). Таким образом, к очному туру было допущено 163 обучающихся, из них 60 человек по разным причинам не смогли принять в нем участие. Поэтому 16 марта 2024 г. в институте математики, физики и информатики КГПУ им. В.П. Астафьева 113 обучающихся 8–11-х классов в течение четырех астрономических часов демонстрировали свое умение без посторонней помощи решать геометрические задачи повышенной сложности. В табл. 1 представлена информация общего характера о результатах решения задач на очном и заочном турах олимпиады по каждому классу.

Таблица 1

Сводные результаты решения задач очного и заочного туров олимпиады

Table 1

Summary results of solving problems during the offline and online rounds of the Olympiad

Действия учащихся	8-й класс	9-й класс	10-й класс	11-й класс	Итого
Приняли участие в заочном туре: количество учащихся	77	44	53	45	**219**
Не решили ни одной задачи заочного тура: количество учащихся (в % к общему числу)	3 (4 %)	0 (0 %)	6 (11 %)	2 (4 %)	**11 (5 %)**
Допущено к очному туру: количество учащихся (в % к общему числу)	67 (87 %)	36 (82 %)	34 (64 %)	38 (81 %)	**163 (79 %)**
Приняли участие в очном туре: количество учащихся	42	21	23	27	**113**
Не решили ни одной задачи очного тура: количество учащихся (в % к общему числу)	20 (48 %)	9 (43 %)	5 (22 %)	5 (19 %)	**39 (35 %)**
Решили не менее двух задач очного тура: количество учащихся (в % к общему числу)	6 (14 %)	5 (24 %)	5 (22 %)	10 (37 %)	**26 (23 %)**
Результаты победителей олимпиады: максимальное число набранных баллов	11	12	9	11	

[3] Сборник олимпиадных задач по геометрии для учащихся 8–11 классов / сост. В.В Абдулкин, Л.Р. Бусаркина, В.Р. Майер, О.М. Нарчук, Н.С. Оренчук, Н.Н. Пономарева, Т.М. Седневец, Е.А. Семина; Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2011. 210 с.

О проблемах геометрической подготовки обучающихся наиболее ярко свидетельствуют три последние строки в таблице, связанные с результатами очного тура, где учащиеся самостоятельно решали задачи. Больше трети участников очного тура (35 %) за 4 часа не смогли решить ни одной задачи. Лишь 26 обучающихся (23 %) решили две или более двух задач очного тура. И наконец, последняя строка таблицы, из которой следует, что только лишь победителю олимпиады в 9-м классе удалось справиться со всеми четырьмя задачами и набрать максимальные 12 баллов.

Эти показатели, к сожалению, являются одними из самых низких за всю почти тридцатилетнюю историю проведения олимпиад по геометрии в Красноярском крае.

Отметим сначала причины в некотором смысле общего характера, повлиявшие на результаты олимпиады, которые не зависят ни от класса, ни от типа и особенностей задач.

Во-первых, это невнимательность, которая, как правило, выражается в неверном прочтении или толковании условия задачи. Как итог, ученик решает фактически другую задачу.

Во-вторых, это арифметические и геометрические ошибки, которые связаны с неаккуратным вычислением, неумением провести элементарную проверку, использованием геометрического чертежа с дополнительными свойствами, которые не указаны в условии задачи.

В-третьих, отсутствие аргументации. Каждый шаг решения геометрической задачи должен быть аргументирован. Учащиеся зачастую достаточно халатно относятся к этому моменту. И если в простых или очевидных случаях отсутствие аргументации можно считать простительным, то в ключевых местах она должна быть обязательно.

Остановимся теперь на ошибках, которые привели к неверному решению задач участников олимпиады по каждому классу в отдельности.

8-й класс. Кратко охарактеризуем сначала сами задачи **заочного тура**.

В первой задаче предлагалось провести исследование трапеции *ABCD*, в которой боковая сторона *AB* равна меньшему основанию *BC*. Требовалось доказать, что диагональ *AC* является частью биссектрисы угла *BAD*. Для ее решения достаточно было воспользоваться равенством углов при основании *AC* равнобедренного треугольника *ABC* и равенством накрест лежащих углов при пересечении параллельных прямых *AD* и *BC* секущей *AC*.

Вторая задача связана с редко встречающейся на уроках геометрии, но хорошо знакомой обучающимся фигурой – пятиконечной звездой *ABCDE* с пересекающимися несмежными сторонами, причем не обязательно правильной. В ней требовалось найти сумму всех углов при ее вершинах. Одно из решений связано с рассмотрением точек пересечения некоторой стороны, например *DE* со сторонами *AB* и *BC*, обозначим их *H* и *F*. По теореме о внешнем угле треугольника угол *DHA* равен сумме углов при вершинах *A* и *E* треугольника *AHE*, а угол *EFC* – сумме углов при вершинах *C* и *D* треугольника *CFD*. Отсюда сразу следует, что сумма всех углов при вершинах *A*, *B*, *C*, *D* и *E* звезды *ABCDE* равна сумме углов ΔHBF, т.е. 180^0.

В третьей задаче требовалось найти углы двух равных между собой треугольников *BEA* и *DEF*, расположенных внутри квадрата *ABCD*, если известно, что точка *F* принадлежит отрезку *BE*. При решении достаточно было увидеть, что треугольники *DEA* и *DEF* равны по трем сторонам, отсюда угол *DEF* равен одной трети полного угла, т.е. 120^0. Из равенства углов *BAE* и *DAE* следует, что каждый из них равен половине прямого угла, т.е. 45^0.

В четвертой задаче рассматривался ромб *ABCD*, его высота *BM*, которая образует со стороной *AB* угол в 30^0. Требовалось найти *AM*, если *M* лежит на продолжении стороны *AD*, а диагональ *AC* = 6 см. Решение задачи не представляет большой сложности и связано со свойством катета, лежащего против угла 30^0.

В табл. 2 приведены некоторые результаты решения перечисленных выше задач, отмечены наиболее характерные ошибки при их решении.

Таблица 2

Анализ результатов заочного тура по 8-му классу с указанием типичных ошибок в решениях

Table 2

Analysis of the results of the online round for 8th grade with indication of typical mistakes in solutions

№ задач	Количество учащихся, набравших следующее число баллов			Характерные ошибки учащихся 8-го класса при решении задач заочного тура (кроме ошибок, связанных с отмеченными выше причинами общего характера)
	3	1–2	0	
1	69 (90 %)	2 (2 %)	6 (8 %)	Неумение логически увязать воедино свойство углов при основании равнобедренного треугольника и свойство углов при прямой, пересекающей параллельные прямые
2	20 (26 %)	17 (22 %)	40 (52 %)	В цепочке свойств, необходимых для решения задачи и связанных с углами фигур, наиболее проблемным оказалось свойство о внешнем угле треугольника, менее проблемным – о сумме углов треугольника, практически отсутствовала проблема о свойстве вертикальных углов
3	35 (46 %)	5 (6 %)	37 (48 %)	1. Необычным для некоторых оказался используемый в условии задачи рекурсивный способ задания треугольника. 2. Не все результативно могли использовать следствия, которые вытекают из определения равенства треугольников
4	56 (71 %)	13 (16 %)	10 (12 %)	У большинства участников заочного тура олимпиады решение задачи не вызвало больших трудностей

Участникам олимпиады по параллели 8-х классов, допущенным до **очного тура**, были предложены четыре задачи, кратко охарактеризуем их.

В первой задаче необходимо было доказать, что сумма расстояний от оснований двух высот треугольника до середины его третьей стороны равна длине этой третьей стороны. При ее решении достаточно было применить к двум прямоугольным треугольникам, в которых третья сторона является их общей гипотенузой, свойство медианы, проведенной к гипотенузе.

Во второй задаче рассматривался произвольный треугольник *ABC* и точка *D*, лежащая на стороне *AC*, делящая ее в отношении один к двум, считая от вершины *A*. Требовалось доказать что у треугольников *ABD* и *CDB* есть по равной медиане. Основная трудность в этой задаче – удачно выдвинуть гипотезу о том, что равными между собой по длине окажутся медиана *AK* треугольника *ABD* и медиана *DM* треугольника *CDB*. Для этого достаточно показать, что *AKMD* – параллелограмм. Последнее следует из того, что прямые *KM* и *AD* параллельны и $KM = DC/2 = AC/3 = AD$.

В третьей задаче рассматривался ромб *ABCD* с острым углом 60^0 и прямая *EN*, отсекающая от сторон *AB* и *BC* отрезки *NB* и *BE*, сумма которых равна стороне ромба. Требовалось доказать, что треугольник *DEN* – равносторонний. Решение этой задачи следует из равенства треугольников *ADN* и *BDE*, которое несложно установить, если воспользоваться равенствами $NB + BE = AB$ и $\angle DAB = \angle DBE = 60^0$. Из равенства треугольников вытекают равенства $DE = DN$ и $EDN = 60^0$, это сразу влечет за собой то, что треугольник *DEN* – равносторонний.

В четвертой задаче опять рассматривался произвольный треугольник *ABC* с медианой $AE = 4$, на сторонах *AB* и *AC* которого построены во внешнюю сторону квадраты *ABMN* и *ACPQ*. Требовалось найти *NQ*. Изюминка решения этой задачи заключалась в дополнительном построении, связанном с удвоением медианы *AE* до отрезка *AK* и рассмотрением ΔABK. Поскольку *ABKC* – параллелограмм (диагонали *AK* и *BC* делятся точкой *E* пересечения пополам), то $\Delta ABK = \Delta NAQ$ по двум сторонам и углу между ними, равному $180^0 - \angle BAC$. Отсюда сразу следует, что $NQ = AK = 2AE = 8$.

В табл. 3 приведены некоторые результаты решения перечисленных выше задач, отмечены часто встречающиеся ошибки при их решении.

Таблица 3

Анализ результатов очного тура по 8-му классу с указанием типичных ошибок в решениях

Table 3

Analysis of the results of the offline round for 8th grade with indication of typical mistakes in solutions

№ задач	Количество учащихся, набравших следующее число баллов			Характерные ошибки при решении задач очного тура в 8-м классе (кроме ошибок, связанных с отмеченными выше причинами общего характера)
	3	1–2	0	
1	5 (11 %)	2 (4 %)	35 (85 %)	Неумение увидеть в расстоянии от вершины прямого угла треугольника до середины противоположной стороны длину медианы, проведенной к гипотенузе прямоугольного треугольника, либо незнание соответствующего свойства
2	5 (11 %)	2 (4 %)	35 (85 %)	Отсутствие навыков концентрировать все свои знания и умения на необходимости заимствовать из условия задачи самое необходимое, чтобы можно было строго обосновать применение одного из признаков параллелограмма
3	4 (9 %)	12 (28 %)	26 (63 %)	Незнание того, что если сумма длин отрезков AN и NB равна сумме длин отрезков NB и BE, то длины отрезков AN и BE равны (или неумение применить это свойство при решении конкретной задачи)
4	1 (2 %)	1 (2 %)	40 (96 %)	1. Недостаточное владение навыками выполнения дополнительного построения в задачах, связанных с медианой треугольника. 2. Незнание признака параллелограмма, связанного с делением каждой диагонали четырехугольника их точкой пересечения на две равные части

9-й класс. В **заочном** туре олимпиады обучающимся было предложено решить 4 задачи по планиметрии.

В первой задаче рассматривался ромб с определенными условиями; необходимо было вычислить угол между биссектрисой данного угла и диагональю ромба. Решение задачи опиралось на применение теоремы о сумме углов треугольника, определение биссектрисы угла и свойства диагоналей ромба. Данная задача не относилась к разряду трудозатратных, поэтому с ней справились большинство учащихся.

Задача 2 была направлена на исследование вида треугольника, в который вписана окружность. При решении данной задачи учащиеся опирались на свойство касательных к окружности и признак квадрата. Процент успешно справившихся с этой задачей достаточно высокий, что говорит о хороших знаниях понятия «вписанная окружность в многоугольник». Шесть обучающихся не приступали к решению данной задачи.

Задача 3 относилась к типу задач повышенного уровня сложности, в ней обучающиеся работали с треугольником, описанной около него окружностью, а также двумя замечательными линиями: медианой и высотой. При нахождении радиуса описанной окружности обучающимся необходимо было вспомнить понятие вписанного в окружность угла и свойство вписанного угла, опирающегося на диаметр. Процент решаемости данной задачи ожидаемо невысокий. Также некоторым обучающимся были снижены баллы за решение в связи с тем, что участники рассмотрели частный случай – равнобедренный или равносторонний треугольник. Большинство обучающихся не приступали к решению данной задачи. Причины этого видим в недостаточном усвоении знаний об окружности.

Задача 4 содержала условие на нахождение площадей частей трапеции. При решении данной задачи обучающиеся оперировали знанием признаков подобия фигур, формулами нахождения площадей треугольника и трапеции. Достаточно большой процент участников олимпиады не приступили к решению данной задачи. Из года в год видна тенденция сокращения навыков обучающихся по решению планиметрических задач с использованием метода площадей. Не все обучающиеся способны применять изученную теорию по теме в измененных условиях, что говорит о низком уровне сформированности критического мышления.

В табл. 4 приведены итоговые результаты заочного тура по 9-му классу, отмечены типичные ошибки при решении планиметрических задач.

Таблица 4

Анализ результатов заочного тура по 9-му классу с указанием типичных ошибок в решениях

Table 4

Analysis of the results of the online round for 9th grade with indication of typical mistakes in solutions

№ задач	Количество учащихся, набравших следующее число баллов			Характерные ошибки при решении задач заочного тура в 9-м классе (кроме ошибок, связанных с отмеченными выше причинами общего характера)
	3	1–2	0	
1	41 (93 %)	0 (0 %)	3 (7 %)	Невнимательное прочтение чертежа и/или условия задачи
2	33 (75 %)	3 (7 %)	8 (18 %)	Недостаточный навык определения вида фигуры по имеющимся данным
3	5 (11 %)	6 (14 %)	33 (75 %)	1. Рассмотрение частного случая. 2. Путаница в определениях и свойствах медианы и высоты треугольника
4	25 (57 %)	0 (0 %)	19 (43 %)	Недостаточное владение навыками применения метода площадей при решении задач

На **очный** этап из 30 приглашенных вышел лишь 21 обучающийся. Очный этап предполагал аналогичное количество заданий и балльную шкалу их оценки (0–3 балла). Задания очного этапа также были проранжированы по уровню сложности: задача 1–2 была ориентирована на решение большинством участников олимпиады, задача 3–4 имела повышенный уровень сложности.

В задаче 1 необходимо было вычислить площадь прямоугольника с определенными данными. При решении данной задачи необходимо было оперировать признаками подобия треугольников, а также вспомнить свойство площадей подобных треугольников.

Задача 2 содержала в условии произвольный четырехугольник с некоторыми условиями; необходимо было найти расстояние между центрами окружностей, проходящими через тройки указанных в задаче точек. Необходимые геометрические знания для успешного решения данной задачи: свойство вписанного угла, опирающегося на диаметр, свойство средней линии треугольника, теорема Пифагора.

В задаче 3 рассматривались произвольный треугольник и квадраты, построенные на его сторонах во внешнюю сторону. Необходимо было найти длину отрезка, построенного с помощью данной конфигурации фигур. При решении этой задачи важно было вспомнить свойства и признаки параллелограмма и провести дополнительное построение.

Задача 4 имела высокий уровень сложности и требовала вычислить площадь квадрата, специальным образом построенного на двух касающихся окружностях одинакового радиуса.

Процент решаемости заданий очного тура был намного ниже, чем заданий заочного этапа. В первую очередь это связано с тем, что на заочном этапе обучающиеся не были ограничены в пользовании различной литературой, ресурсами при решении задач. Очный тур не предполагал использование какой-либо справочной литературы и гаджетов.

Примерно половина участников очного тура полностью не справились с решением задач. Анализ решений данных участников показал, что большинство заданий оказалось обучающимся не под силу – в работах отсутствовали даже чертежи и запись условий задач. Те обучающиеся, кто все же приступал к решению задач, либо не верно трактовали условие задачи, что влекло за собой некорректно выполненный чертеж, либо сводили исследование к частному случаю. Самый большой процент решаемости оказался у задачи 2.

В табл. 5 отражены результаты очного тура по 9-му классу.

Таблица 5

Анализ результатов очного тура по 9-му классу с указанием типичных ошибок в решениях

Table 5

Analysis of the results of the offline round for 9th grade with indication of typical mistakes in solutions

№ задач	Количество учащихся, набравших следующее число баллов			Характерные ошибки при решении задач очного тура в 9-м классе (кроме ошибок, связанных с отмеченными выше причинами общего характера)
	3	1–2	0	
1	4 (20 %)	1 (4 %)	16 (76 %)	Невнимательное прочтение чертежа и/или условия задачи
2	9 (43 %)	2 (9 %)	10 (48 %)	Недостаточный навык определения вида угла, вписанного в окружность
3	2 (9 %)	0 (0 %)	19 (91 %)	Недостаточное владение навыками выполнения дополнительного построения в задачах, связанных с медианой треугольника
4	2 (9 %)	2 (9 %)	17 (82 %)	Неверное построение чертежа по условию задачи; низкий навык работы с окружностями

10-й класс. Участникам **заочного** тура были предложены четыре задачи, первые две по планиметрии, третья и четвертая – по стереометрии.

Первая задача была посвящена геометрическим построениям на плоскости, важнейшему разделу школьного курса математики, направленному на формирование умений логически мыслить и строить корректные чертежи. В ней требовалось построить треугольник по стороне, прилежащему к ней углу и сумме двух других сторон.

Вторая планиметрическая задача относилась к часто решаемым на уроках геометрии задачам на применение теоремы синусов. В ней требовалось в данном прямоугольном треугольнике ABC с единичными катетами AB и AC найти расстояние от вершины B до точки D, лежащей внутри треугольника ABC, если известно, что треугольники BDA и CDE равны, где E – точка на отрезке BD.

В третьей задаче требовалось найти объем четырехугольной пирамиды с вершиной A_1 и основанием $DEFG$, вписанной в куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ объема 64, где E, F и G принадлежат ребрам куба AA_1, BB_1 и CC_1 соответственно и $AE = 1$. Изюминка решения этой задачи, позволяющая отнести ее к разряду устных, заключается в том, что данную пирамиду можно представить в виде объединения двух треугольных пирамид с общей вершиной G и основаниями DEA_1 и FEA_1 с равными и легко вычисляемыми объемами.

В четвертой задаче рассматривалась треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, боковые грани которой – квадраты со стороной $a = 56/\sqrt{133}$. Требовалось найти расстояние от точки P, лежащей на ребре A_1C_1 и делящей ее в отношении $A_1P : PC_1 = 3 : 1$, до прямой A_1Q, где Q – середина BC. Решение задачи сводится к нахождению в прямоугольном треугольнике A_1PQ высоты, проведенной из вершины P прямого угла.

В табл. 6 приведены некоторые результаты решения перечисленных выше задач, отмечены наиболее характерные ошибки при их решении.

Участникам олимпиады, допущенным до **очного** тура, также были предложены четыре задачи, две по планиметрии и две – по стереометрии.

В первой задаче рассматривался треугольник ABC со сторонами $AB = 6$ и $BC = 8$, в котором биссектриса $BD = 6$. Требовалось найти длину стороны AC. При ее решении семь участников (30 %) успешно применили свойство биссектрисы, из которого следует, что $AD : BC = 6 : 8$, т.е. $AD = 6x$, $DC = 8x$ для некоторого x. Но составить уравнение, из которого можно найти x, удалось лишь двум из них. Один из способов: построить высоту BH и применить теорему Пифагора к треугольникам ABH и CBH.

Таблица 6

Анализ результатов заочного тура по 10-му классу с указанием типичных ошибок в решениях

Table 6

Analysis of the results of the online round for 10th grade with indication of typical mistakes in solutions

№ задач	Количество учащихся, набравших следующее число баллов			Характерные ошибки при решении задач заочного тура в 10-м классе (кроме ошибок, связанных с отмеченными выше причинами общего характера)
	3	1–2	0	
1	23 (43 %)	13 (25 %)	17 (32 %)	1. Неумение корректно провести анализ задачи. 2. Неумение обосновать предложенное построение
2	21 (39 %)	5 (10 %)	27 (51 %)	1. Непонимание того, что в равенстве треугольников важную роль играет порядок расположения их вершин. 2. Ни один из учащихся не сформулировал крайне важный для решения факт о том, что если A и D равноудалены от точек B и C, то AD – серединный перпендикуляр к BC
3	6 (11 %)	4 (8 %)	43 (81 %)	1. Практически все учащиеся ограничились рассмотрением частного случая, когда вершина G основания пирамиды совпадает с вершиной C куба. 2. По неясным причинам многие учащиеся решили, что боковое ребро EA_1 пирамиды можно принять за ее высоту
4	4 (8 %)	4 (8 %)	45 (84 %)	1. Незнание алгоритма нахождения расстояния от точки до прямой в пространстве. 2. Вычисления проводились не с параметром, а с его значением, что приводило к громоздким выкладкам

Во второй задаче рассматривался квадрат единичной площади и круг, ограниченный окружностью, проходящей через одну из вершин квадрата и касающейся двух сторон квадрата, не содержащих эту вершину. Требовалось найти сумму *S* площадей пяти фигур, две из которых – части круга, лежащие вне квадрата, а три – части квадрата, лежащие вне круга. Решение задачи предполагает знание обучающимися основных свойств измерения площадей фигур, умение манипулировать равносоставленными фигурами. Например, если повернуть круг около своего центра на 180^0, то оба сегмента, лежащие вне квадрата, окажутся внутри и вместе с тремя оставшимися из пяти данных фигур будут образовывать невыпуклый *Г*-образный шестиугольник, площадь которого равна разности площадей данного квадрата и квадрата, диагональ которого совпадает с диаметром данного круга.

В третьей задаче рассматривалась наклонная призма $ABCDA_1B_1C_1D_1$, в основании которой лежит ромб, диагональ *BD* которого равна 3, а боковые ребра призмы равны 4. Требовалось найти объем призмы, если ребро AA_1 образует равные острые углы с ребрами *AB* и *AD* основания, а вершина A_1 находится на расстоянии 2 от плоскости BDD_1. Решение этой задачи сводится к вычислению площади сечения ортогонального боковым ребрам.

В четвертой задаче рассматривалась правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны *a*. Требовалось найти расстояние между прямыми AB_1 и C_2P, где C_2 – середина CC_1, *P* – середина *AC*.

В табл. 7 приведены некоторые результаты решения перечисленных выше задач, отмечены часто встречающиеся ошибки при их решении.

11-й класс. Участникам **заочного** тура были предложены четыре задачи, первые две по планиметрии, третья и четвертая – по стереометрии.

Первая задача была связана с окружностью, вписанной в трапецию. Необходимо было найти площадь трапеции при условии, что была известна пара отрезков, на которые делится боковая сторона точкой касания. Решение задачи сводилось к применению свойств биссектрис и касательных, проведенных к окружности. Это давало возможность найти основания трапеции

Таблица 7

Анализ результатов очного тура по 10-му классу с указанием типичных ошибок в решениях

Table 7

Analysis of the results of the offline round for 10th grade with indication of typical mistakes in solutions

№ задач	Количество учащихся, набравших следующее число баллов			Характерные ошибки при решении задач очного тура в 10-м классе (кроме ошибок, связанных с отмеченными выше причинами общего характера)
	3	1–2	0	
1	4 (17 %)	8 (35 %)	11 (48 %)	Незнание большинством участников свойства биссектрисы о делении противоположной стороны на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам
2	3 (13 %)	3 (13 %)	17 (74 %)	1. Слабые навыки решения задач на равновеликие и равносоставленные фигуры. 2. Неумение применять геометрические преобразования для решения геометрических задач
3	2 (8 %)	6 (26 %)	15 (66 %)	1. Незнание того, что объем наклонной призмы равен произведению длины бокового ребра на площадь сечения призмы плоскостью, пересекающей все боковые ребра и перпендикулярной им. 2. Часть участников (26 %) считают, что объем наклонной призмы равен произведению площади основания на длину боковой стороны
4	1 (4 %)	4 (17 %)	18 (78 %)	Незнание алгоритма нахождения расстояния между двумя прямыми в пространстве

и ее высоту, и после этого оставалось только воспользоваться формулой нахождения площади трапеции.

Во второй задаче были даны две окружности и специальным образом проведенная прямая. Необходимо было доказать свойство, имеющее место в данной конфигурации. Для доказательства участникам необходимо было проявить умения работы с углами, вписанными в окружность.

Третья задача традиционно является аналогом стереометрической задачи из второй части профильного ЕГЭ по математике. Необходимо было найти площадь сечения четырехугольной пирамиды, при этом сечением являлась трапеция. Первым шагом решения являлось доказательство того, что сечение пирамиды будет именно трапецией. Дальнейшие ходы вели к нахождению оснований и высоты этой трапеции для нахождения ее площади.

Четвертая задача, как правило, рассматривает конфигурации с телами, которые нечасто встречаются в школьном курсе геометрии и носит зачастую исследовательский характер. В данном случае вопрос звучал фактически таким образом: можно ли из граней одного выпуклого многогранника собрать два других выпуклых многогранника? Одним из примеров, которые достаточно быстро приходят на ум, является октаэдр, из граней которого можно собрать два тетраэдра.

В табл. 8 приведены некоторые результаты решения перечисленных выше задач, отмечены часто встречающиеся ошибки при их решении.

Участникам олимпиады, допущенным до очного тура, также были предложены четыре задачи – две по планиметрии и две по стереометрии.

Первая задача была разминочной про равнобедренный прямоугольный треугольник и вписанный в него прямоугольник. При этом условие задания предполагало два возможных способа вписать прямоугольник и, соответственно, требовало рассмотрения двух случаев. Для решения необходимо было увидеть пару маленьких равнобедренных прямоугольных треугольников внутри данной конфигурации, дальнейшее решение было уже делом простой арифметики.

Таблица 8

Анализ результатов заочного тура по 11-му классу с указанием типичных ошибок в решениях

Table 8

Analysis of the results of the online round for 11th grade with indication of typical mistakes in solutions

№ задач	Количество учащихся, набравших следующее число баллов			Характерные ошибки при решении задач очного тура в 11-м классе (кроме ошибок, связанных с отмеченными выше причинами общего характера)
	3	1–2	0	
1	29 (64 %)	14 (31 %)	2 (5 %)	Невнимательное прочтение чертежа и/или условия задачи
2	29 (64 %)	2 (5 %)	14 (31 %)	1. Невнимательное прочтение чертежа и/или условия задачи. 2. Рассмотрение только частного случая
3	9 (20 %)	9 (20 %)	27 (60 %)	Незнание признаков трапеции. Доказывалась параллельность двух сторон, и не обращалось внимание на необходимость показать, что другая пара сторон не параллельна, либо участники вообще не утруждали себя доказательством этого факта
4	13 (29 %)	7 (16 %)	25 (55 %)	Обоснование полученного ответа

Вторая задача, так же как и на заочном туре, была связана с пересекающимися окружностями и доказательством факта для данной конфигурации. Доказательство вновь требовало умений работать с вписанными в окружность углами.

Третья задача была вновь аналогом стереометрической задачи ЕГЭ. В этот раз был дан тетраэдр, и в нем надо было найти длину отрезка пересечения одной из граней со специально построенной плоскостью. Для решения задачи необходимо было сначала доказать, что данная плоскость перпендикулярна одному из ребер. Этот факт позволял в дальнейшем с применением теоремы косинусов найти длину искомого отрезка.

В задании 4 в качестве объекта исследования выступала правильная n-угольная пирамида. С учетом информации в условии задачи необходимо было доказать, что многоугольник в основании является правильным, и определить количество сторон многоугольника. Для решения ученикам необходимо было знать признаки правильной пирамиды и правильных многоугольников.

В табл. 9 приведены некоторые результаты решения перечисленных выше задач, отмечены часто встречающиеся ошибки при их решении.

Таблица 9

Анализ результатов очного тура по 11-му классу с указанием типичных ошибок в решениях

Table 9

Analysis of the results of the offline round for 11th grade with indication of typical mistakes in solutions

№ задач	Количество учащихся, набравших следующее число баллов			Характерные ошибки при решении задач очного тура в 11-м классе (кроме ошибок, связанных с отмеченными выше причинами общего характера)
	3	1–2	0	
1	5 (19 %)	17 (63 %)	5 (18 %)	Рассматривался только один случай из двух возможных
2	8 (30 %)	5 (18 %)	14 (52 %)	1. Невнимательное прочтение чертежа и/или условия задачи. 2. Рассмотрение только частного случая
3	4 (15 %)	2 (7 %)	21 (78 %)	Недостаточное владение навыками работы с объектами в пространстве
4	2 (7 %)	3 (11 %)	22 (82 %)	Незнание признаков правильного многоугольника. Вывод о том, что многоугольник правильный делался на основании того, что все стороны равны или все углы равны, хотя, вообще говоря, необходимы оба эти факта

Заключение. Геометрические задачи являются сложными для обучающихся общеобразовательных школ. Даже простые планиметрические задачи проведенной олимпиады вызвали затруднения у ряда участников. Стереометрические задачи были проблемой не менее чем для половины старшеклассников даже на заочном этапе, когда для решения был выделен месяц. Полученные результаты согласуются с результатами других исследований, фиксирующих проблемы в геометрической подготовке обучающихся. Трудности в решении геометрических задач начинают проявляться уже в 8-м классе. Почти половина участников очного тура (8-й и 9-й класс) за 4 часа не смогли решить ни одной задачи, хотя организаторами олимпиады среди первых задач предлагались достаточно несложные задания, ориентированные на обучающихся среднего уровня подготовки. Результаты ОГЭ 2023 г. в Красноярском крае подтверждают полученные выводы. Задания 23–25 в среднем выполняли менее 10 % обучающихся (задание 23 – 9,42 %, задание 24 – 2,74 % и задание 25 – 0,13 %). Анализ результатов ЕГЭ 2023 г. по Красноярскому краю дает схожую статистику по сравнению с результатами приведенного исследования. Стереометрическую задачу второй части профильного ЕГЭ решили всего 0,62 % выпускников, а планиметрическую – 1,58 %. Даже в базовом ЕГЭ по математике 2023 г. наиболее успешным было задание 9, с которым в среднем справились 77,4 % выпускников (фактически каждый четвертый одиннадцатиклассник не справился с простой планиметрической задачей). Остальные геометрические задания решались еще хуже.

Таким образом, геометрическая подготовка обучающихся в школе остается слабым местом, которому необходимо уделять больше внимания.

Библиографический список

1. Аёшина Е.А., Матюшкин Д.Р. Уровень геометрической подготовки учащихся старших классов г. Дудинка // Актуальные проблемы качества математической подготовки школьников и студентов: методологический, теоретический и технологический аспекты: матер. VIII Всеросс. с междунар. участием науч.-метод. конф. Красноярск, 26–27 ноября 2021 г. / отв. ред. М.Б. Шашкина; Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2021. С. 26–29.
2. Васильчукова К.А. Проблемы формирования умения решать задачи на геометрические построения у школьников (по результатам опроса учителей математики) // Студенческий научный форум: матер. XVI Междунар. студен. науч. конф. URL: https://scienceforum.ru/2024/article/2018035716 (дата обращения: 17.05.2024).
3. Дураков Б.К., Кравцова О.В., Майер В.Р., Подуфалов Н.Д., Семенова Д.В., Шевелева И.В. О некоторых итогах тестирования остаточных знаний по математике в 2022 году // Актуальные проблемы методики обучения информатике и математике в современной школе: матер. междунар. науч.-практ. интернет-конф. МПГУ, 24–28 апреля 2023 г., М., 2023. С. 329–341.
4. Жмурова И.Ю., Васильева А.Ю. Исследование качества подготовки школьников к математическим олимпиадам // Молодой ученый. 2023. № 3 (450). С. 247–249. URL: https://moluch.ru/archive/450/99121/ (дата обращения: 19.04.2024).
5. Журавлева Н.А., Шашкина М.Б. Стереометрия в школе: что изменилось за два года? (по результатам профильного ЕГЭ по математике 2020–2021 гг.) // Математика в школе. 2022. № 2. С. 8–16.
6. Клековкин Г.А. Школьное геометрическое образование: вопросы преемственности // Инновационные проекты и программы в образовании. 2014. № 5. С. 38–43. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/shkolnoe-geometricheskoe-obrazovanie-voprosy-preemstvennosti (дата обращения: 17.05.2024).
7. Кривко Я.П., Тищенко А.А. Организация и проведение школьных математических олимпиад в 70-х годах XX века: анализ актуальных исследований // Педагогические науки. 2024. № 1 (39). С. 129–138. DOI: http://doi.org/10.15350/2409-7616.2024.1.11

ВЕСТНИК КРАСНОЯРСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ПЕДАГОГИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА им. В.П. АСТАФЬЕВА

8. Майер В.Р., Ларин С.В., Абдулкин В.В. Компьютерная анимация как средство обучения решению прикладных задач в школьном курсе математики // Информатизация образования и методика электронного обучения: цифровые технологии в образовании: матер. V Междунар. науч. конф. 21–24 сентября 2021 г. / СФУ. Красноярск, 2021. С. 573–578.
9. Платонова О.А. Об истории математических олимпиад // Мир транспорта. 2020. Т. 18, № 5. С. 172–189. DOI: https://doi.org/10.30932/1992-3252-2020-18-172-189
10. Тумашева О.В., Шашкина М.Б. Фиаско ОГЭ по математике 2021 года: какие уроки следует извлечь? // Математика в школе. 2022. № 1. С. 18–26.
11. Шарыгин И.Ф. Нужна ли школе XXI века геометрия? // Математическое просвещение. 2004. Сер. 3, вып. 8. С. 37–52.
12. Шарыгин И.Ф. О математическом образовании России // Образование, которое мы можем потерять: сб. / под общ. ред. ректора МГУ акад. В.А. Садовничего. М.: МГУ, 2003. С. 137–204.
13. Шипицина Н.В. Повышение качества геометрической подготовки с применением ИКТ («GeoGebra») // Современная наука: актуальные вопросы, достижения и инновации: сб. ст. XIII Междунар. науч.-практ. конф. 20 мая 2020 г. Пенза, 2020. С. 12–14.
14. Aboagye, K.O., Ke, Y.D., & Mante, D.A. (2021). Factors influencing students' perceived difficulties in studying geometry: A case of KonogoOdumasi, Ghana. *Open Journal of Social Sciences, 9*, 526–540. DOI: https://doi.org/10.4236/jss.2021.99038
15. Di Paola, B., & Buttitta, G. (2022, February). Problems with variation in teaching/learning Geometry: an example of Chinese Cultural Transposition. In: *Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (CERME12) (pp. 1704–1712), Bolzen-Bolzano, Italy.
16. Bernal Pedraza, O.F. (2020). Theoretical framework for research on mathematical olympiads in Latin America. *EDU REVIEW. International Education and Learning Review Revista Internacional De Educación Y Aprendizaje*, *8* (2), 95–101. DOI: https://doi.org/10.37467/gka-revedu.v8.2661
17. Jablonski, S., & Ludwig, M. (2023). Teaching and learning of geometry – a literature review on current developments in theory and practice. *Educ. Sci.*, *13*, 682. DOI: https://doi.org/10.3390/educsci13070682
18. Juman, Z.A.M.S. et al. (2022). Difficulties in learning geometry component in mathematics and active-based learning methods to overcome the difficulties. *Shanlax International Journal of Education*, *10* (2), 41–58. DOI: https://doi.org/10.34293/education.v10i2.4299
19. Proceedings of the 26th ICMI Study Conference (Advances in Geometry Education), Reims, France INSPÉ. Université de Reims Champagne-Ardenne, April 23–26, 2024.
20. Shi, L., Dong, L., Zhao, W., & Tan, D. (2023). Improving middle school students' geometry problem solving ability through hands-on experience: An fNIRS study. *Frontiers in Psychology*, *14*, 1126047. DOI: https://doi.org/10.3389/fpsyg.2023.1126047
21. Sulistiowati, D.L., Herman, T., & Jupri, A. (2019). Student difficulties in solving geometry problem based on Van Hiele thinking level. *Journal of Physics: Conference Series*, *1157* (4), 4 042118. DOI: 10.1088/1742-6596/1157/4/042118/
22. Trinh, T.H., Wu, Y., Le, Q.V. et al. (2024). Solving olympiad geometry without human demonstrations. *Nature, 625* (7995), 476–482. DOI: https://doi.org/10.1038/s41586-023-06747-5
23. Turner, N.D. (1978). A historical sketch of the olympiads, national and international. *The American Mathematical Monthly*, *85* (10), 802–07. DOI: https://doi.org/10.2307/2320626. Accessed 23 Apr. 2024

PROBLEMS OF GEOMETRIC TRAINING OF STUDENTS IN 8TH–11TH GRADES BASED ON THE ANALYSIS OF THE RESULTS OF THE OPEN REGIONAL OLYMPIAD IN GEOMETRY NAMED AFTER PROF. S.A. ANISHCHENKO

V.R. Mayer (Krasnoyarsk, Russia)
V.V. Abdulkin (Krasnoyarsk, Russia)
E.A. Ayoshina (Krasnoyarsk, Russia)

Abstract

Statement of the problem. Since 1990s, an alarming trend associated with a decrease in the quality of geometric training of students has emerged in Russian school mathematics education. After almost three decades, this trend has intensified, so much that it has declared itself as a scientific and methodological problem.

The purpose of the article is to identify problems in the geometric training of students in Grades 8–11 based on the results of the Open Regional Olympiad in Geometry named after prof. S.A. Anishchenko, conducted in the 2023/24 academic year by the Department of Mathematics and Methods of Teaching Mathematics at the Krasnoyarsk State Pedagogical University named after V.P. Astafyev.

Methodology (materials and methods) is based on the system-activity approach as a methodological basis of the Federal State Educational Standard of Basic General and Secondary Education. The research methods include the analysis of scientific literature, observation, analysis and systematization of the geometry Olympiad materials.

Research results. The article provides the analysis of the results of solving the tasks of the online and offline rounds of the Open Regional Geometry Olympiad named after prof. S.A. Anishchenko among students in Grades 8–11, held in the 2023/24 academic year. The main difficulties of the participants in solving geometric problems are highlighted.

Conclusion. The obtained results confirm the conclusions of other studies on the existing problems in the geometric training of schoolchildren. This problem is present in in every grade that indicates its systemic nature.

Keywords: *olympiad, school geometry course, quality of geometric training.*

Mayer, Valery R. – PhD (Mathematics), DSc (Pedagogy), Professor, Department of Mathematics and Teaching Methods of Mathematics, Krasnoyarsk State Pedagogical University named after V.P. Astafyev (Krasnoyarsk, Russia); e-mail: mavr49@mail.ru

Abdulkin, Vyacheslav V. – PhD (Physics & Mathematics), Associate Professor, Department of Mathematics and Teaching Methods of Mathematics, Krasnoyarsk State Pedagogical University named after V.P. Astafyev (Krasnoyarsk, Russia); ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9582-9302 ; e-mail: abdulkin@kspu.ru

Ayoshina, Ekaterina A. – PhD (Pedagogy), Associate Professor, Department of Mathematics and Teaching Methods of Mathematics, Krasnoyarsk State Pedagogical University named after V.P. Astafyev (Krasnoyarsk, Russia); ORCID: https://orcid.org/0000-0002-4491-8249; e-mail: semina@kspu.ru

References

1. Ayoshina, E.A., & Matyushkin, D.R. (2021, November 26–27). The level of geometric training of senior school students in Dudinka. In: *Aktualnye problemy kachestva matematicheskoy podgotovki shkolnikov i studentov: metodologicheskiy, teoreticheskiy i tekhnologicheskiy aspekty* [Topical problems of the quality of mathematical training of schoolchildren and students: methodological, theoretical and technological aspects] (pp. 26–29). The 8th All-Russian scientific and methodological conference with international participation, Krasnoyarsk, Russia.
2. Vasilchukova, K.A. (2024). Problems of developing the ability to solve problems on geometric constructions in schoolchildren (based on the results of a survey of mathematics teachers). In: *Studencheskiy nauchnyy forum* [Student Scientific Forum]. The 16th International Student Scientific Conference. URL: https://scienceforum.ru/2024/article/2018035716 (access date: 05.17.2024).

3. Durakov, B.K., Kravtsova, O.V., Mayer, V.R., Podufalov, N.D., Semenova, D.V., & Sheveleva, I.V. (2023, April 24–28). On some results of testing residual knowledge in mathematics in 2022. In: *Aktualnye problemy metodiki obucheniya informatike i matematike v sovremennoy shkole* [Topical problems of methods of teaching computer science and mathematics in a modern school] (pp. 329–341). The International scientific and practical Internet conference of Moscow State Pedagogical University, Moscow.
4. Zhmurova, I.Yu., & Vasilyeva, A.Yu. (2023). Study of the quality of preparation of schoolchildren for mathematical Olympiads. *Molodoy uchenyy* [Young Scientist], *3* (450), 247–249. URL: https://moluch.ru/archive/450/99121/ (date of access: 19.04.2024).
5. Zhuravleva, N.A., & Shashkina, M.B. (2022). Stereometry at school: what has changed in two years? (based on the results of the profile Unified State Exam in Mathematics 2020–2021). *Matematika v shkole* [Mathematics at School], *2*, 8–16.
6. Klekovkin, G.A. (2014). School geometric education: issues of continuity. *Innovatsionnye proekty i programmy v obrazovanii* [Innovative Projects and Programs in Education], *5*, 38–43. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/shkolnoe-geometricheskoe-obrazovanie-voprosy-preemstvennosti (access date: 17.05.2024).
7. Krivko, Ya.P., & Tishchenko, A.A. (2024). Organization and holding of school mathematical olympiads in 1970s: analysis of current research. *Pedagogicheskie nauki* [Pedagogical Sciences], *1* (39), 129–138. DOI: http://doi.org/10.15350/2409-7616.2024.1.11
8. Mayer, V.R., Larin, S.V., & Abdulkin, V.V. (2021, September 21–24). Computer animation as a means of teaching solving applied problems in the school mathematics course. In: *Informatizatsiya obrazovaniya i metodika elektronnogo obucheniya: tsifrovye tekhnologii v obrazovanii* [Informatization of Education and Methodology of E-Learning: Digital Technologies in Education] (pp. 573–578). The 5th International Scientific Conference, SFU, Krasnoyarsk, Russia.
9. Platonova, O.A. (2020). On the history of mathematical Olympiads. *Mir transporta* [World of Transport], *18* (5), 172–189. DOI: https://doi.org/10.30932/1992-3252-2020-18-172-189
10. Tumasheva, O.V., & Shashkina, M.B. (2022). The fiasco of the 2021 OGE in Mathematics: what lessons should be learned? *Matematika v shkole* [Mathematics at School], *1*, 18–26.
11. Sharygin, I.F. (2004). Does the 21st century school need Geometry? *Matematicheskoe prosveshchenie* [Mathematical Enlightment], *3* (8), 37–52.
12. Sharygin, I.F. (2003). On mathematical education in Russia. In: *Obrazovanie, kotoroe my mozhem poteryat* [Education that we can lose] (pp. 137–204). Edited by the Rector of Moscow State University, Academician V.A. Sadovnichy. Moscow State University, Moscow.
13. Shipitsina, N.V. (2020, May 20). Improving the quality of geometric training using ICT (GeoGebra). In: *Sovremennaya nauka: aktual'nye voprosy, dostizheniya i innovatsii* [Modern Science: Current Issues, Achievements and Innovations] (pp. 12–14). The 13th International Scientific and Practical Conference, Penza, Russia.
14. Aboagye, K.O., Ke, Y.D., & Mante, D.A. (2021). Factors influencing students' perceived difficulties in studying geometry: A case of KonogoOdumasi, Ghana. *Open Journal of Social Sciences, 9*, 526–540. DOI: https://doi.org/10.4236/jss.2021.99038
15. Di Paola, B., & Buttitta, G. (2022, February). Problems with variation in teaching/learning Geometry: an example of Chinese Cultural Transposition. In: *Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (CERME12) (pp. 1704–1712), Bolzen-Bolzano, Italy.
16. Bernal Pedraza, O.F. (2020). Theoretical framework for research on mathematical olympiads in Latin America. *EDU REVIEW. International Education and Learning Review Revista Internacional De Educación Y Aprendizaje*, *8* (2), 95–101. DOI: https://doi.org/10.37467/gka-revedu.v8.2661

17. Jablonski, S., & Ludwig, M. (2023). Teaching and learning of geometry – a literature review on current developments in theory and practice. *Educ. Sci.*, *13*, 682. DOI: https://doi.org/10.3390/educsci13070682
18. Juman, Z.A.M.S. et al. (2022). Difficulties in learning geometry component in mathematics and active-based learning methods to overcome the difficulties. *Shanlax International Journal of Education*, *10* (2), 41–58. DOI: https://doi.org/10.34293/education.v10i2.4299
19. Proceedings of the 26th ICMI Study Conference (Advances in Geometry Education), Reims, France INSPÉ. Université de Reims Champagne-Ardenne, April 23–26, 2024.
20. Shi, L., Dong, L., Zhao, W., & Tan, D. (2023). Improving middle school students' geometry problem solving ability through hands-on experience: An fNIRS study. *Frontiers in Psychology*, *14*, 1126047. DOI: https://doi.org/10.3389/fpsyg.2023.1126047
21. Sulistiowati, D.L., Herman, T., & Jupri, A. (2019). Student difficulties in solving geometry problem based on Van Hiele thinking level. *Journal of Physics: Conference Series*, *1157* (4), 4 042118. DOI: 10.1088/1742-6596/1157/4/042118/
22. Trinh, T.H., Wu, Y., Le, Q.V. et al. (2024). Solving olympiad geometry without human demonstrations. *Nature, 625* (7995), 476–482. DOI: https://doi.org/10.1038/s41586-023-06747-5
23. Turner, N.D. (1978). A historical sketch of the olympiads, national and international. *The American Mathematical Monthly*, *85* (10), 802–07. DOI: https://doi.org/10.2307/2320626. Accessed 23 Apr. 2024